

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК МЕТОД ТЕОРЕТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ ПРОПАРЮВАННЯ БЕТОНУ В АВТОКЛАВНИХ УСТАНОВКАХ

Вінницький національний технічний університет

У статті розглянуто математичне моделювання як ефективний інструмент теоретичного дослідження процесів тепловологісної обробки бетонних виробів в автоклавних установках. Метою дослідження є побудова математичної моделі, що описує закономірності тепломасообміну та гідратації цементу в умовах пропарювання, з урахуванням особливостей конструкції автоклавної установки та властивостей бетонних виробів. Для досягнення поставленої мети використано методи математичної фізики, зокрема диференціальні рівняння теплопровідності з відповідними початковими та граничними умовами.

У межах дослідження сформульовано основні припущення, що спрощують аналіз процесу: розповсюдження тепла відбувається в одному напрямку, вплив конденсатної плівки та арматури в бетоні є незначним, об'єм виробу залишається сталим. Проаналізовано теплофізичну сутність процесів, що відбуваються в бетонних виробках під час обробки, та встановлено залежності теплового потоку для верхньої і нижньої поверхонь виробу. Враховано вплив теплоподілення, що виникає внаслідок екзотермічної реакції гідратації цементу, яка має значний вплив на формування структури бетону та його міцнісні характеристики.

Особливу увагу приділено побудові математичної моделі гідратації цементу, де описано перехід води між активним і пасивним станами в закритій системі. Розглянуто механізми перенесення речовин (дифузія, конвекція), а також їхній зв'язок із кінетикою хімічної взаємодії на різних етапах процесу. У результаті встановлено, що коефіцієнти тепловіддачі та масообміну є критично важливими для ефективного функціонування автоклавної установки, а запропонована модель дозволяє здійснювати оптимізацію параметрів пропарювання на стадії проектування.

Отримані результати можуть бути використані для побудови комплексної математичної моделі матеріального та енергетичного балансу автоклава, що відкриває перспективи для впровадження автоматизованих систем керування технологічним процесом з метою підвищення енергоефективності та якості кінцевої продукції.

Ключові слова: математичне моделювання, тепломасообмін, автоклавна установка, бетонні вироби, гідратація цементу, тепловіддача, масообмін.

Вступ

Для теоретичного дослідження автоклавної установки був обраний метод математичного моделювання. Математичні моделі доцільно використовувати для досліджень динамічних процесів та явищ. Існує необхідність розглянути основні обмеження і припущення математичної моделі процесу пропарювання та здійснити безпосередній перехід до математичного моделювання процесів, що відбуваються в бетонних виробках під час обробки. Відповідний аналіз проводиться з метою створення матеріального та енергетичного балансу пропарювальної камери автоклавної установки як середовища тепловологісної обробки бетонних виробів для подальшого ефективного проектування установок та налаштування відповідних параметрів для оптимізації технологічних процесів.

Постановка проблеми

Для ефективного використання тепловологісної обробки в автоклавній установці необхідно вивести відповідні математичні залежності, що дадуть змогу здійснювати вибір та оцінку конструктивних і теплотехнічних параметрів та характеристик устаткування на стадії проектування, а також здійснювати оптимізацію основних параметрів технологічного процесу.

Основна частина

Припущення та закономірності процесів паробробки бетонних виробів в автоклаві

Розглянемо камеру автоклава як цілісну систему, елементи якої взаємодіють між собою. Виділимо наступні складові: пароповітряний об'єм, вироби, форми виробів, корпус камери. Для подальшого створення математичної моделі динаміки робочого процесу тепловологісної обробки бетонних виробів в автоклавній установці було прийнято наступні гіпотези:

- Пароповітряний об'єм камери є об'єктом із визначеними параметрами пароповітряного середовища;
- визначається залежність між теплофізичними характеристиками та тепловим ефектом фізико-хімічних перетворень під час твердіння бетонного виробу і температурою та ступенем гідратації цементу;

- розповсюдження тепла відбувається лише за однією просторовою координатою, а граничні ефекти не впливають на процеси розповсюдження тепла;
- на процеси тепломасообміну не впливає наявність плівки конденсату;
- пароповітряне середовище віддає тепло суттєво, в порівнянні з віддачею тепла нагрітим виробом конденсату, що віддає його мізерно мало. Поширення тепла у бетоні відбувається за рахунок його теплопровідності;
- арматура у залізобетонному виробі не впливає на розповсюдження тепла за просторовими координатами (Рис 1);
- об'єм виробу після термообробки змінюється мізерно мало в порівнянні з вихідним об'ємом;
- закономірності розподілення тепла розповсюджуються на всі вироби, що підлягають обробці.

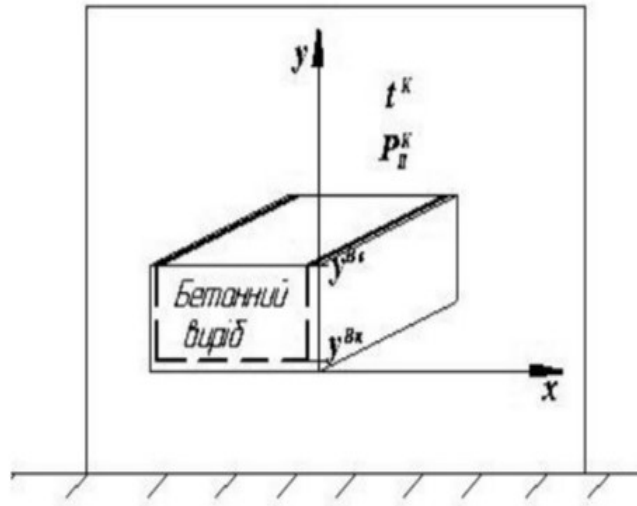


Рисунок 1 – Схема розповсюдження тепла у бетонних виробах [1]

Розглядаємо камеру автоклавної установки як єдину складну систему, для якої характерна взаємодія між внутрішніми підсистемами та підсистемами зовнішнього середовища.

Пара, що подається через форсунки камери автоклава, утворює пароповітряне середовище. Потік пари здійснює рециркуляцію, під час якої тепло передається корпусу камери та формам виробів, що призводить до нагрівання бетонних виробів.

Нагрівання форм виробів є взаємодією між пароповітряним середовищем та формою виробу.

Волога бетонних виробів може випаровуватись та конденсувати під час обробки парою, що можна визначати як взаємодію пароповітряного середовища з бетонним виробом.

Тепловтрати визначаються витратами тепла через корпус камери та під час видалення конденсату через патрубок.

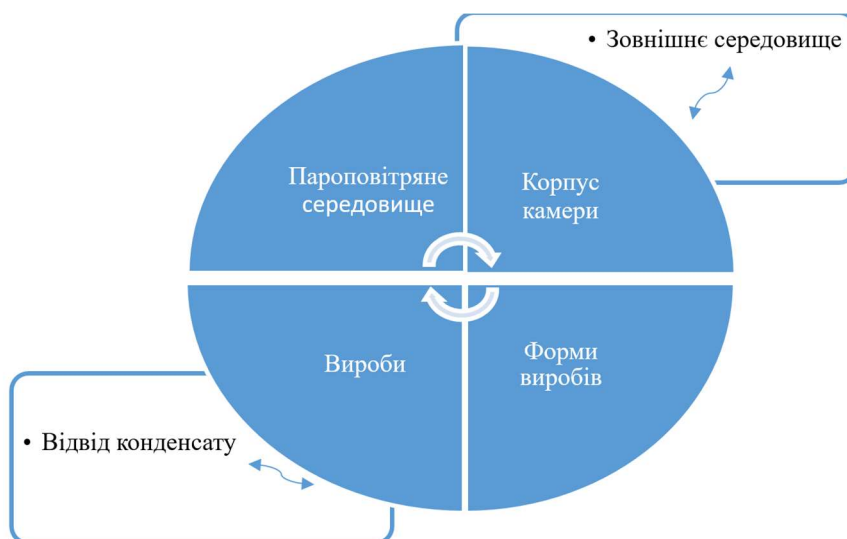


Рисунок 2 - Схема тепломасообміну в камері автоклава

Визначення математичної сутності процесів, що відбуваються у бетонних виробах під час обробки в автоклавній установці для подальшого моделювання

Основний процес, що відбувається під час пропарювання бетонних виробів можна визначити як

тепломасообмін, що відбувається в капілярно пористому матеріалі. Можна чітко окреслити, що на створення в автоклаві бажаного бетонного продукту впливає ряд чинників: тепломасообмін між безпосередньо виробом, формою і парою; тепловиділення під час процесів гідратації цементу.

Відповідно до вищезазначеного та попередньоописаними гіпотезами для поверхні бетонного виробу в процесі тепломасообміну можливі наступні випадки:

1. Якщо температура і тиск пари вищі температури поверхні виробу і тиску пари при цій температурі.
2. Якщо температура пари більша температури поверхні бетонних виробів, а парціальний тиск в камері менший або дорівнює тиску пари при такій самій температурі.
3. Температура пари менша або дорівнює температурі поверхні бетону.

Для побудови математичної моделі процесу поширення теплоти в бетонних виробках достатньо одного рівняння [1–3] для визначення зміни температури в будь-якому виробі [1,2,3] з початковими умовами:

$$t^B = t^K = \text{const}, y^{Bh} < y < y^{Bb}, \tau < 0, \quad \rho^B c^B \frac{dt^B}{d\tau} = \frac{d}{dy} \left(\lambda^B \frac{dt^B}{dy} \right) + q^B, \quad (1)$$

де t^B – температура бетонних виробів, °C; t^K – температура в пропарювальній камері; ρ^B – густина бетонних виробів, кг/м³; c^B – теплоємність бетонних виробів, Дж/кг °C; λ^B – коефіцієнт теплопровідності бетонних виробів, Дж/м с °C; q^B – кількість теплоти яка виділяється бетонним виробом за одиницю часу в одиниці об'єму, Дж/м² °C.

Важливим фактором для оцінки теплопровідності та теплоємності бетону є його складові.

Надалі, керуючись законами збереження енергії необхідно визначити граничні умови для верхньої та нижньої поверхонь бетонних виробів, які відповідні випадкам тепломасообміну, що розглядаються. Також необхідно врахувати питому витрату води, що випаровується з відкритої поверхні бетонного виробу. Для відповідних залежностей існує потреба врахувати узагальнений тепловий потік.

Граничні умови для верхньої поверхні бетонного виробу описані наступним чином::

$$\begin{aligned} \lambda^B \frac{dt^B}{dy} &= q_{\text{кон}}^{Bb} + q_{\text{конд}}^{Bb}, y=y^{Bb}, \tau \geq 0, t^K > t^{Bb}, P_{\Pi}^K > P_{\Pi}^{Bb}, \\ \lambda^B \frac{dt^B}{dy} &= q_{\text{кон}}^{Bb} - q_{\text{вип}}^{Bb}, y=y^{Bb}, \tau \geq 0, t^K > t^{Bb}, P_{\Pi}^K \leq P_{\Pi}^{Bb}, \\ \lambda^B \frac{dt^B}{dy} &= -q_{\text{ох}}^{Bb} - q_{\text{вип}}^{Bb}, y=y^{Bb}, \tau \geq 0, t^K \leq t^{Bb}, \end{aligned} \quad (2)$$

де $q_{\text{кон}}^{Bb}$ – кількість теплоти, яка передається за одиницю часу верхній поверхні виробу за рахунок конвекції, Дж/м² с; $t^{Bb} = t^B(y^{Bb})$ – температура верхньої поверхні виробу, °C; $q_{\text{конд}}^{Bb}$ – кількість теплоти, що передається за одиницю часу верхній поверхні виробу за рахунок конденсації пари, Дж/м²с; P_{Π}^K – тиск пари в камері автоклава, Па; P_{Π}^{Bb} – тиск пари при температурі t^{Bb} , Па.

Граничні умови для нижньої поверхні бетонного виробу можна описати наступним чином:

$$\begin{aligned} \lambda^B \frac{dt^B}{dy} &= q_{\text{кон}}^{Bh} + q_{\text{конд}}^{Bh}, y=y^{Bh}, \tau \geq 0, t^K > t^{Bh}, P_{\Pi}^K > P_{\Pi}^{Bh}, \\ \lambda^B \frac{dt^B}{dy} &= q_{\text{кон}}^{Bh}, y=y^{Bh}, \tau \geq 0, t^K > t^{Bh}, P_{\Pi}^K \leq P_{\Pi}^{Bh}, \\ \lambda^B \frac{dt^B}{dy} &= -q_{\text{ох}}^{Bh}, y=y^{Bh}, \tau \geq 0, t^K \leq t^{Bh}, \end{aligned} \quad (3)$$

де $q_{\text{кон}}^{Bh}$ – кількість теплоти, яка передається за одиницю часу нижній поверхні виробу за рахунок конвекції, Дж/м² с; $t^{Bh} = t^B(y^{Bh})$ – температура нижньої поверхні виробу, °C; $q_{\text{конд}}^{Bh}$ – кількість теплоти, що передається за одиницю часу нижній поверхні виробу за рахунок конденсації пари, Дж/м²с; P_{Π}^K – тиск пари в камері автоклава, Па; P_{Π}^{Bh} – тиск пари при температурі t^{Bh} , Па.

Вводимо у залежність для верхньої поверхні виробу узагальнений тепловий потік q_{Σ}^{Bb} , Дж/м с:

$$q_{\Sigma}^{Bb} = \begin{cases} q_{\text{конд}}^{Bb} + g_{\text{конд}}^{Bb} r_{\Pi}^{Bb}, t^K > t^{Bb}, P_{\Pi}^K > P_{\Pi}^{Bb} \\ q_{\text{кон}}^{Bb} - q_{\text{вип}}^{Bb}, t^K > t^{Bb}, P_{\Pi}^K \leq P_{\Pi}^{Bb} \\ -q_{\text{ох}}^{Bb} - q_{\text{вип}}^{Bb}, t^K \leq t^{Bb} \end{cases} \quad (4)$$

Після перетворень залежності граничних умов для верхньої поверхні бетону і залежностей теплового потоку отримуємо наступне узагальнююче рівняння:

$$\lambda^B \frac{dt^B}{dy} = q_{\Sigma}^{BВ} y = y^{BВ}, \tau \geq 0 \quad (5)$$

Вводимо у залежність для нижньої поверхні виробу узагальнений тепловий потік $q_{\Sigma}^{BН}$, Дж/м с:

$$q_{\Sigma}^{BН} = \begin{cases} q_{\text{кон}}^{BН} + g_{\text{конд}}^{BН} r_{\Pi}^{BН}, t^K > t^{BН}, p_{\Pi}^K > p_{\Pi}^{BН} \\ q_{\text{кон}}^{BВ}, t^K > t^{BВ}, p_{\Pi}^K \leq p_{\Pi}^{BН} \\ q_{\text{ох}}^{BН}, t^K \leq t^{BН} \end{cases} \quad (6)$$

Після перетворень залежності граничних умов для нижньої поверхні бетону і залежностей теплового потоку отримуємо наступне узагальнююче рівняння:

$$\lambda^B \frac{dt^B}{dy} = q_{\Sigma}^{BН} y = y^{BН}, \tau \geq 0 \quad (5)$$

Узагальнюючи, можна відзначити, що коефіцієнт тепловіддачі та коефіцієнт масообміну – основні чинники визначення процесу пропарювання в автоклавній установці.

Сутність процесів гідратації цементу для побудови математичної моделі

В загальному тепловому балансі процесів пропарювання для пришвидшення твердіння бетону варто враховувати теплоту, що виділяється в процесі гідратації цементу. Врахування цих процесів дозволяє оптимізувати способи витримки виробів.

Процес гідратації включає в себе початковий та основний періоди. В початковому періоді відбувається збільшення швидкості гідратації до максимального показника. При максимальній температурі проходить перекристалізація гелеподібних новоутворень в кристалічні фази. Для цього періоду характерний дифузний механізм. Перенесення речовин при цьому здійснюється конвекцією та дифузією за рахунок екзотермічного ефекту при гідратації його складових. В цей час відбувається формування структури майбутнього бетону. Рухома суміш поступово втрачає свою пластичність. Основний період характеризується сповільненням процесу гідратації і тепловиділення [1]. Швидкість гідратації та тепловиділення під час основного періоду визначається вже не дифузією, а кінетикою хімічної взаємодії.[1]

Під час створення математичної моделі гідратації цементу з урахуванням математичної моделі процесів тепломасообміну у бетонних виробках під час пропарювання в автоклавній установці необхідно прийняти наступні умови:

- Під час процесів гідратації вода може знаходитись в хімічно зв'язаному активному і пасивному станах. Активний стан полягає в здатності вступати в реакцію з цементом, який не прореагував. Вода в пасивному стані знаходиться в частині де знаходиться цемент, що вже прореагував або знаходиться в порах поза цементними зернами.
- Вода може переходити з пасивного стану в активний, але зворотний процес неможливий.
- Бетонний розчин – замкнута система. Пасивна вода набагато переважає за кількістю, в порівнянні з кількістю води, що випарувалась в зовнішнє середовище.

Висновки

За отриманими результатами досліджень математичної моделі процесів тепломасообміну в камері автоклавної установки встановлено, що коефіцієнт тепловіддачі та коефіцієнт масообміну – основні чинники визначення процесу пропарювання в автоклавній установці. Охарактеризовано процес гідратації цементу для подальшого математичного моделювання теплових процесів, що відбуваються в камері автоклава під час пропарювання бетонного виробу. Надалі необхідно продовжити теоретичні дослідження у вигляді математичного моделювання для процесу гідратації цементу з подальшим виведення математичної моделі матеріального та енергетичного балансу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Коц, І. В. К 75 Тепловологісна обробка бетонних виробів з використанням аеродинамічного нагрівання : монографія / І. В. Коц, О. П. Колісник. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 114 с. ISBN 978-966-641-509
2. Будівельні матеріали і технології [Електронний ресурс]: – Режим доступу: <http://msd.com.ua/str/27.html>. Назва з екрану.
3. Чепурний М. М. Основи технічної термодинаміки: Підручник / Чепурний М. М., Ткаченко С. Й. // - Вінниця: Поділля – 2000, 2004. – 352с.
4. Будівельне матеріалознавство / [Кривенко П. В., Пушкарьова К. К., Барановський В. Б. та ін.] – К.: ТОВ УВПК «ЕксОб», 2004. – 704 с. – ISBN 966-7769-35-6.

5. Колісник О. П. Математична модель тепловологісної обробки бетонних виробів з використанням аеродинамічного нагріву. / Колісник О. П. // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – 2009. - №45 – С. 16 – 20. ISBN 966-593-286-1 44

REFERENCES

1. Kots, I. V. K 75 Teplovolohisna obrobka betonnykh vyrobiv z vykorystanniam aerodynamichnoho nahrivannia : monohrafiia / I. V. Kots, O. P. Kolisnyk. – Vinnytsia : VNTU, 2013. – 114 s. ISBN 978-966-641-509
2. Budivelni materialy i tekhnolohii [Elektronnyi resurs]: – Rezhym dostupu: <http://msd.com.ua/str/27.html>. Nazva z ekranu.
3. Chepurnyi M. M. Osnovy tekhnichnoi termodynamiky: Pidruchnyk / Chepurnyi M. M., Tkachenko S. Y. // - Vinnytsia: Podillia – 2000, 2004. – 352s.
4. Budivelni materialoznavstvo / [Kryvenko P. V., Pushkarova K. K., Baranovskyi V. B. ta in.] – K.: TOV UVPK «EksOb», 2004. – 704 s. – ISBN 966-7769-35-6.
5. Kolisnyk O. P. Matematychna model teplovolohisnoi obrobky betonnykh vyrobiv z vykorystanniam aerodynamichnoho nahrivu. / Kolisnyk O. P. // Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskyi politekhnichniy instytut». – 2009. - №45 – С. 16 – 20. ISBN 966-593-286-1 44

Слободянюк Сергій Анатолійович – аспірант кафедри інженерних систем у будівництві, Факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, email: sergford90@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-9866-9157>

S. Slobodyaniuk

MATHEMATICAL MODELING AS A METHOD OF THEORETICAL RESEARCH OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS OF CONCRETE STEAMING IN AUTOCLAVE INSTALLATIONS

Vinnytsia National Technical University

The article examines mathematical modeling as an effective tool for theoretical research of heat and mass transfer processes in autoclave treatment of concrete products. The aim of the study is to construct a mathematical model that describes the regularities of heat and moisture exchange and cement hydration under steaming conditions, considering the structural features of the autoclave and the thermophysical properties of concrete products. To achieve this goal, methods of mathematical physics are applied, particularly differential heat conduction equations with appropriate initial and boundary conditions.

The study formulates key assumptions to simplify the process analysis: one-dimensional heat propagation, negligible influence of condensate film and reinforcement, and constant volume of concrete products. The thermal nature of the processes occurring during steaming is analyzed, and heat flux dependencies for the upper and lower surfaces of the product are established. The effect of heat release due to the exothermic cement hydration reaction is taken into account, as it significantly impacts concrete structure formation and strength development. Special attention is given to the mathematical modeling of cement hydration, describing the transition of water between active and passive states in a closed system. Substance transfer mechanisms (diffusion and convection) are considered in relation to the kinetics of chemical interactions at various hydration stages. As a result, it is found that heat transfer and mass transfer coefficients are critical for efficient autoclave operation, and the proposed model enables optimization of steaming parameters at the design stage.

The findings can be applied to develop a comprehensive mathematical model of the material and energy balance in the autoclave, facilitating the implementation of automated control systems for the technological process, aimed at improving energy efficiency and the quality of the final product.

Keywords: mathematical modeling, heat and mass transfer, autoclave installation, concrete products, cement hydration, heat transfer, mass exchange.

SerSerhii Slobodanyuk – graduate student of the Department of Engineering Systems in Construction, Faculty of Construction, Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: sergford90@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-9866-9157>