

А. С. Моргун
І. М. Метъ
Р. І. Лебідь
О. О. Кротов

МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В МЕХАНІЦІ ГРАНУЛЬОВАНОГО СЕРЕДОВИЩА ҐРУНТУ

Вінницький національний технічний університет

У статті представлено комплексний підхід до моделювання поведінки буронабивної палі в умовах нелінійної ґрунтової основи за допомогою числового методу граничних елементів (МГЕ). Зважаючи на складну природу ґрунтів як дисперсного середовища, враховано пружно-пластичні властивості та ефекти дилатансії при зсувному навантаженні. Основна увага зосереджена на формалізації процесу переходу ґрунту до пластичного стану на основі неасоційованого закону пластичної течії та критерію Мізеса–Шлейхера–Боткіна. Розрахункова модель включає 28 параметрів, з яких 10 – це фізико-механічні характеристики ґрунту, а решта – геометричні та дискретизаційні властивості палі. Застосування моделі дозволило точно прогнозувати напружено-деформований стан на кожному кроці навантаження, враховуючи локальні неоднорідності та зміни в структурі ґрунту. Чисельна реалізація виконувалась на базі фундаментальних розв'язків Р. Міндліна для граничних умов та включала ітераційний алгоритм покрокового навантаження згідно з методикою О.А. Ільюшина. Здійснено порівняльний аналіз результатів числового моделювання з експериментальними даними та нормативними розрахунками, що показав задовільну збіжність. Представлений підхід має важливе значення для покращення точності інженерних розрахунків при проектуванні пальових фундаментів у слабких та неоднорідних ґрунтах.

Ключові слова: буронабивна паля, метод граничних елементів, пластичність ґрунтів, дилатансія, напружено-деформований стан, пружно-пластична модель.

Вступ

Серед різноманіття твердих тіл в природі лише мала частина має особливість повністю відновити свою форму і розміри після зупинки дії зовнішніх зусиль. Більшість тіл вже при помірних зовнішніх зусиллях отримують незворотнє деформування (пластичні деформації). До них відносяться і ґрунти. Надійне прогнозування напружено-деформованого стану ґрунтових основ дає теорія пластичної течії, оскільки більша частина деформацій ґрунту пластична (біля 95 %).

Сучасна геотехніка знаходиться на шляху інтенсивного розвитку, широко застосовуються числові методи, які дозволяють ціленаправлено змінювати входні параметри нелінійних пружно-пластичних моделей і які все більше використовуються в проектній практиці будівництва.

Фундаменти є однією із відповідальних конструкцій, передаючих та розподіляючих навантаження в таких межах, при яких забезпечуються експлуатаційна надійність як самої основи, так і наземної частини будівлі.

Основною метою розрахунку є отримання достовірної гарантії безпеки споруди за період її служби. Задача числового моделювання процесу навантаження фундаментної конструкції все ще є актуальною задачею сьогодення. Сучасні задачі проектування основ потребують аналізу НДС основ на всьому діапазоні навантаження аж до вичерпання несучої здатності.

Насьогодні найбільш прогресивним і точним є використання рішень пружно-пластичної задачі механіки суцільного середовища. Пружнопластичний підхід засновується на роздільному описанні пружних і пластичних деформацій різними фізичними залежностями.

В статті проведено дослідження можливостей числового МГЕ до задачі прийняття рішень про несучу спроможність буронабивної палі.

Питання, що розглядається в статті, є актуальним для подальшого розвитку механіки ґрунтів та зближення розрахункових даних з натурними. Натурні дослідження грають контролюючу роль.

Постановка задачі, визначальні співвідношення

З метою більш об'єктивного і повного аналізу несучої спроможності ґрунтів і прогнозу їх деформацій необхідні дані про напружено – деформований стан (НДС) ґрунтів з урахуванням закономірностей нелінійної механіки ґрунтів. Використана в статті **методика** базується на теорії пластичної течії в формі неасоційованого закону з використанням дилатансійних співвідношень В. Н. Ніколаєвського [3], І. П. Бойка [5], та покрокового ітераційного алгоритму навантаження, за О. А. Ільюшиным [5] способу розв'язку нелінійних задач. Метод пружних рішень (Ільюшин, 1948) в своїй основі є методом лінійних наближень.

За умову початку граничного стану ґрунту взято критерій Мізеса-Шлейхера-Боткіна, рис. 1, що

складається із конічної та циліндричної частин. Якщо $\rho = \rho_{\max}$, ґрунт працює як суцільне середовище і використовується критерій Мізеса. Якщо щільність ґрунту $\rho < \rho_{\max}$ в якості поверхні текучості використовується конічна поверхня Кулона-Мора. Методика дає НДС, який залежить від розмірів фундаменту і будівельних властивостей ґрунтів.

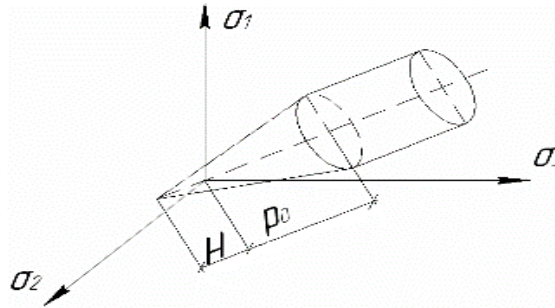


Рисунок 1 – Поверхня текучості - модифікований критерій пластичності Мізеса-Шлейхера-Боткіна в координатах головних напружень

Поведінка системи “паля – основа” в роботі вивчалась урахуванням зміни властивостей її елементів, локальних складових – вхідних параметрів системи. В моделі їх 28. Десять з них – це фізико – механічні характеристики ґрунту : E – модуль деформацій; ν – коефіцієнт Пуассона; ρ – щільність ґрунту; $\rho^{\min}$ – мінімальна щільність ґрунту, $\rho^{\max}$ – максимальна щільність ґрунту;

S – зчеплення; ϕ – кут внутрішнього тертя; w – вологість ґрунту; S_r – ступінь вологості ґрунту; p_0 – величина напружень на октаедричній площині, коли ґрунт працює як суцільне середовище. Решта 18 вхідних параметрів описують геометрію палі і форму дискретизації активної зони основи.

Багат шаровість структури ґрунтової основи, яка визначається генезисом відкладень, враховувалась середньозваженими характеристиками ґрунтів. В різниці від конструктивних матеріалів, міцність і деформативність дискретного середовища ґрунту характеризується не мінімальними, а усередненими значеннями міцнісних характеристик. Деформації і міцність дисперсних основ є результатом прояви осереднених властивостей ґрунту в деякій області. Тому випадкові, деколи можуть бути навіть значні, відхилення властивостей ґрунту в окремих точках не визначають поведінку масиву в цілому завдяки розподільчим властивостям ґрунтів.

Ґрунти, як відомо, навіть при незначних тисках отримують незворотні пружно-пластичні деформації, які залежать від історії навантаження. При таких передумовах поведінка ґрунту описується диференціальними рівняннями в частинних похідних. Для числового рішення цієї нелінійної задачі (інтегральний синтез рівнянь рівноваги, геометричних, фізичних) - в статті залучено метод граничних елементів (МГЕ). Інтегральне рівняння стану (фундаментальне рівняння рівноваги), що встановлює залежність між потенціалом (переміщеннями) і потоком (напруженнями) на границі дослідного об'єкту, отримано К. Бреббія, Ж. Телесом, Л. Вроубелом [2] на основі методу зважених нев'язок :

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \dot{\epsilon}_{jk}^p d\Omega, \quad (1)$$

де, u – заданий вектор переміщень на контактні границі фундаментної конструкції; p – шуканий вектор напружень на границі;

В якості вагових функцій прийнято [2] $u^*, p^*, \dot{\sigma}^*$ – (ядра граничного рівняння чи функції впливу МГЕ). Саме вони обертають в нуль інтеграл по області і тим самим зводять задачу лише до визначення граничних функцій, понижуючи порядок задачі на одиницю. Це двоточкові функції, їх компоненти – переміщення та напруження довільної точки поля півпростору в напрямку «і» (точка нагляду) від сили $P = 1$, прикладеної в «j» –му напрямку (джерелі) – прийнято рішення Р. Міндліна для переміщень, напружень та похідних від напружень, що відповідають одиничним взбуджуючим впливам ($P=1$) в півпросторі. Ядра інтегрального рівняння характеризують собою досліджуване середовище; c_{ij} – постійна, визначається із умов руху тіла як цілого, з'являється при переводі крайової задачі до інтегрального рівняння (1) для отримання єдиного рішення; інтеграл по області Ω в (1) включає вектор пластичних деформацій основи ϵ_p . Γ, ξ, x, Ω – відповідно гранична поверхня фундаментної конструкції, – точка збурення, – точка нагляду, – та границя трикутних осередків активної зони ґрунту [1, 2].

Для числової реалізації на ЕОМ математична модель (1) дискретизувалась, приводилась до скінченомірної. Дискретизувалась лише поверхня контакту фундаменту і оточуючого ґрунту, оскільки

рішення

Р. Міндліна автоматично задовільняють граничним умовам на вільній від напружень поверхні півпростору. Бокова границя та вістря палі розбивались на ряд граничних лінійних елементів, активна навколопальова зона ґрунту була представлена як скінчено елементна дискретна модель із трикутною сіткою, що має 212 скінчених елементів.

Рівняння (1) записувалось в дискретній формі для кожного вузла ξ границі Γ та кожного трикутного осередка, в результаті отримувалось матричне співвідношення:

$$H\dot{U} = G\dot{P} + D\dot{\varepsilon}^P, \quad (2)$$

де H, G - матриці, визначались по (3,4). Матриці $D = \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \Phi^T d\Omega$ відповідають інтегралам, які включають непружні деформації. Інтегралам по кожному граничному елементу обраховувались по схемах числового інтегрування двовимірних квадратур Гаусса:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{ij} &= \int_{\Gamma_j} q^* d\Gamma = J \sum_{l=1}^N \sum_{j=1}^N (p^*)_k w_l w_j, \\ G_{ij} &= \int_{\Gamma_j} u^* d\Gamma = J \sum_{l=1}^N \sum_{j=1}^N (u^*)_k w_l w_j \end{aligned} \quad (3, 4)$$

де $H_{ij} = \begin{cases} \hat{H}_{ij}, i \neq j \\ \hat{H}_{ij} + C_i, i = j; \end{cases}$; w_i, w_j - вагові коефіцієнти при числовому інтегруванні, J - якобіан

переходу від місцевої до глобальної системи координат, для лінійного граничного елемента $J = l/2$.

Інтеграл по внутрішніх осередках ґрунту Ω розраховувався по схемі напіваналітичного інтегрування, запропонованого Ж. Теллесом, К. Бреббія [2] з використанням формули Хаммера:

$$\int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \Phi^T d\Omega = \sum_{k=1}^K (\dot{\sigma}^* \Phi^T)_k W_k J_k, \quad (5)$$

де J_k - якобіан перетворення системи координат, W_k - вагові коефіцієнти методу Хаммера.

Запропонована модель на кожному кроці навантаження враховує зміну НДС основи, поверхню текучості, шлях навантаження, історію деформування, дилатансію і контрактанцію ґрунту. Взаємозв'язок між швидкостями пластичних деформацій і напруженнями при роботі ґрунту в нелінійній стадії описувався згідно неасоційованого закону пластичної течії:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f, \quad (6)$$

де F - пластичний потенціал, функція історії деформування; f - критерій переходу до пластичного стану; $d\lambda$ - (скалярний коефіцієнт простого навантаження, знаходиться в ході рішення пластичної задачі;

Поверхня текучості f для описання нелінійних властивостей ґрунтів дає співвідношення між σ_m (І інваріант тензора напружень) та T (II інваріант девіатора напружень) на октаедричній площині і разом з рівняннями рівноваги забезпечує кількість рівнянь і кількість невідомих:

$$\begin{cases} f = T + \sigma_m \cdot tg\psi - \tau_s & \text{при } \sigma_m \leq P_0 \\ f = T + P_0 \cdot tg\psi - \tau_s & \text{при } \sigma_m > P_0 \end{cases} \quad (7)$$

де f - умова текучості, σ_m - гідростатичний тиск; T - інтенсивність девіатора напруг; ψ, C - кут внутрішнього тертя та зчеплення на октаедричній площині; τ_s - параметр на октаедричній площині, аналогічний зчепленню; P_0 - параметр ґрунтового середовища, характеризує перехід від конуса до циліндра.

Кут зсуву ϕ_m ґрунтової основи (нахил дотичної до кругів Мора) в моделі визначався за формулою:

$$\phi_m = \phi_f \pm \theta, \quad tg\theta = \frac{d\varepsilon_v}{d\gamma} = \Lambda, \quad (8,9)$$

де ϕ_f - кут внутрішнього тертя ґрунту, Λ - швидкість дилатансії (додатковий параметр неасоційованої моделі пластичної течії) знаходився в аналітичній залежності від щільності ґрунту ρ і величини критичної щільності ґрунту ρ_{cr} $\Lambda = \Lambda(\rho, \rho^{cr})$. В свою чергу ρ_{cr} залежало від гідростатичного тиску σ_m , параметра P_0 та мінімального і максимального значення щільності ґрунту

$$\rho^{cr} = f(\sigma_m, P_0, \rho_{maxmin})$$

Змінність процесів дилатансії ґрунту враховувалось згідно моделі дилатансійного середовища . Н. Ніколаєвського, І. П. Бойка [3, 5]. В якості параметра зміцнення в розрахункові моделі прийнято щільність ґрунту .

Величина текучого значення щільності ґрунту на кожному кроці навантаження визначалась по формулі :

$$\rho_i = \rho_0 / e^{\varepsilon_v}, \quad (10)$$

де ε_v – об'ємні деформації, для визначення яких використовувалась міра деформацій Генкі:

$$\varepsilon_v = \ln V_i / V_0; \quad (11)$$

ρ_i, V_i – текуче значення щільності і об'єму на i -тому кроці навантаження,

ρ_0, V_0 - початкові їх величини.

Заміна геологічних показників багатофазового середовища показниками еквівалентного квазіоднорідного середовища є достатньо ефективним прийомом при розрахунках. Значення середньозважених основних вхідних фізико-механічних характеристик ґрунтів, які вводились в розрахунок [4]:

$E = 10$ МПа, $\nu = 0.35$, $\rho = 1.818$ г/см³, $C = 3.1$ МПа, $\varphi = 1.534$ радіан.

Результати числового прогнозування несучої спроможності призматичної забивної палі С 18-0.96 подано на рис. 2.

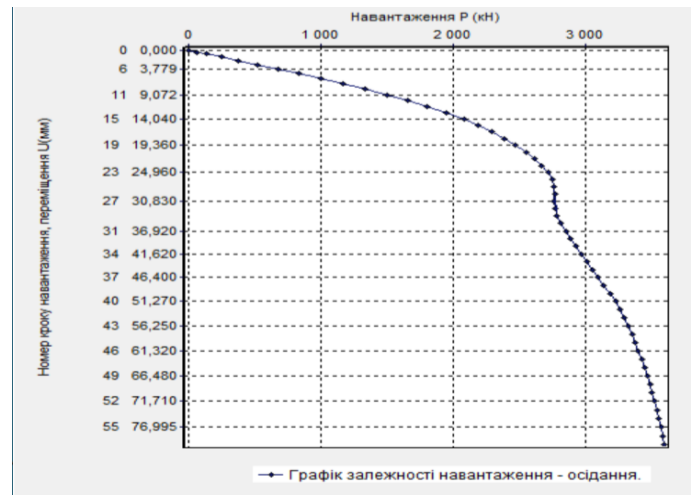


Рисунок 2 – Графік навантаження-осідання. Результати моделювання за МГЕ буронабивної палі

Порівняння результатів числового моделювання з експериментальними даними [4] дали задовільне співпадання. Згідно [4] зрив палі пройшов при навантаженні 3420 кН, моделювання при $S = 7$ см прогнозує $P = 3501$ кН.

Висновки

1. Числове моделювання дозволяє розкрити НДС буронабивної палі з точністю, достатньою для проектування, та виявити небезпечні зони концентрації максимальних зусиль та деформацій. Знаючи НДС ґрунту, можна зробити прогноз розвитку подій.

2. Розрахунки базуються на теорії граничної рівноваги, яка розглядає граничний напружений стан. МГЕ – прогресивний метод, новий шлях розв'язку краєвих задач.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Моргун А. С. Теорія пластичної течії в механіці ґрунтів : монографія / А. С. Моргун. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 108 с.
2. Lutchkovsky I. J., Samorodov O. V. Definition of the parameters of an elastic finite layer // Proceedings of the XVI European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering for Infrastructure and Development. – Edinburgh, Scotland, 2015. – P. 3711–3715.
3. Носенко В., Диптан Т., Нечипоренко Д. Ідентифікація параметрів міцності ґрунтів для оцінки стійкості зсувного схилу // Основи та фундаменти : міжвідомчий науково-технічний збірник. – Київ : КНУБА, 2023. – Вип. 46. – С. 17–27.
4. Григорян А. А., Хабібулін І. І. Експериментальні дослідження розподілу напружень в буронабивних палях значних розмірів // Основи, фундаменти та механіка ґрунтів : міжвідомчий науково-технічний збірник. – 2016. – № 3. – С. 11–13.

5. Швець В. Б., Бойко І. П., Винников Ю. Л., Зоценко М. Л., Петраков О. О., Шаповал В. Г., Біда С. В. Механіка ґрунтів. Основи та фундаменти : підручник. – Дніпропетровськ : Пороги, 2012. – 197 с.

REFERENCES

1. Morgun A. S. Teoriia plastychnoi techii v mekhanitsi gruntiv : monohrafiia / A. S. Morgun. – Vinnytsia : VNTU, 2013. – 108 s.
2. Lutchkovsky I. J., Samorodov O. V. Definition of the parameters of an elastic finite layer // Proceedings of the XVI European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering for Infrastructure and Development. – Edinburgh, Scotland, 2015. – P. 3711–3715.
3. Nosenko V., Dyptan T., Nechyporenko D. Identyfikatsiia parametriv mitsnosti gruntiv dlia otsinky stikosti zsvnoho skhyly // Osnovy ta fundamenti : mizhvydomchy naukovy-tekhnichnyi zbirnyk. – Kyiv : KNUBA, 2023. – Vyp. 46. – S. 17–27.
4. Hryhorian A. A., Khabibulin I. I. Eksperymentalni doslidzhennia rozpodilu napruzhen v buronabyvnykh paliakh znachnykh rozmiriv // Osnovy, fundamenti ta mekhanika gruntiv : mizhvydomchy naukovy-tekhnichnyi zbirnyk. – 2016. – № 3. – S. 11–13.
5. Shvets V. B., Boiko I. P., Vynnykov Yu. L., Zotsenko M. L., Petrakov O. O., Shapoval V. H., Bida S. V. Mekhanika gruntiv. Osnovy ta fundamenti : pidruchnyk. – Dnipropetrovsk : Porohy, 2012. – 197 s.

Моргун Алла Серафимівна – д.т.н., професор кафедри будівництва, міського господарства та архітектури. Факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, email: morgunallaS@gmail.com. ORCID: 0000-0002-4701-339X.

Меть Іван Миколайович – к.т.н., доцент, декан факультету будівництва, цивільної та екологічної інженерії. Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, email: vanmet@ukr.net.

Лебідь Роман Ігорович – аспірант кафедри будівництва, міського господарства та архітектури. Факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Кротов Олег Олександрович – студент кафедри будівництва, міського господарства та архітектури. Факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

A. S. Morgun
I. M. Met
R. I. Lebid
O. Krotov

BOUNDARY ELEMENT METHOD IN THE MECHANICS OF GRANULAR SOIL MEDIA

Vinnytsia National Technical University

The article presents a comprehensive approach to modeling the behavior of a bored pile in a nonlinear soil foundation using the numerical boundary element method (BEM). Considering the complex nature of soils as a dispersed medium, the study accounts for elastic-plastic properties and dilatancy effects under shear loading. The main focus is on formalizing the transition of soil into a plastic state based on the non-associated flow rule and the Mises–Schleicher–Botkin yield criterion. The computational model includes 28 parameters, of which 10 are physical and mechanical properties of the soil, while the rest define the geometry and discretization of the pile. The application of this model allows for accurate prediction of the stress-strain state at each loading stage, taking into account local inhomogeneities and structural changes in the soil. The numerical implementation is based on R. Mindlin's fundamental solutions for boundary conditions and includes an iterative step-by-step loading algorithm following O. A. Il'yushin's method. A comparative analysis of numerical modeling results with experimental data and regulatory calculations showed satisfactory agreement. The presented approach is of significant importance for improving the accuracy of engineering calculations in the design of pile foundations on weak and heterogeneous soils.

Keywords: bored pile, boundary element method, soil plasticity, dilatancy, stress-strain state, elastic-plastic model.

Alla Morgun – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Construction, Municipal Economy, and Architecture. Faculty of Construction, Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine. Email: morgunallaS@gmail.com. ORCID: 0000-0002-4701-339X.

Ivan Meth – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Dean of the Faculty of Construction, Civil and Environmental Engineering. Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine. Email: vanmet@ukr.net.

Roman Lebid – PhD student at the Department of Construction, Municipal Economy, and Architecture. Faculty of Construction, Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine.

Krotov Oleg – student at the Department of Construction, Municipal Economy, and Architecture. Faculty of Construction, Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine.