

**А. С. Моргун**  
**І. М. Меть**  
**І. І. Шевченко**

## **ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНИЙ ПРОГНОЗ ЗА МГЕ НЕСУЧОЇ СПРОМОЖНОСТІ ПІРАМІДАЛЬНИХ ПАЛЬ**

Вінницький національний технічний університет

*Робота присвячена актуальному питанню геомеханіки та фундаментобудування – удосконаленню методики розв'язання граничної задачі нелінійної поведінки під навантаженням фундаментних конструкцій пірамідальних паль з метою можливості прогнозування їх несучої спроможності та напружено-деформованого стану.*

*В роботі напрацьовано адекватну модель для дослідження роботи пірамідальних паль за сучасним числовим МГЕ. Досліджено ефект перерозподілу зусиль в активній зоні пірамідальної палі із зон менш ущільнених на зони більш ущільнені з більшим значенням модуля деформацій. Питання ущільнення та розущільнення ґрунтів під навантаженням – основна проблема, що виникає при прогнозі осадок споруди і прогнозі допустимого навантаження на ґрунт. Тому значна увага в роботі приділена дилатансійній теорії та методам моделювання залишкових пластичних деформацій ґрунту з метою їх практичного прикладання. Наявність значних експериментальних досліджень привели до появи моделей, які удосконалюють модель пластичного нестискуваного тіла. Ґрунтам властиві унікальні реологічні властивості. Так при реалізації одночасового стиснення і зсуву в залежності від інтенсивності кожного з них ґрунт може ущільнюватися, зберігати щільність незмінною чи розущільнюватися. Об'ємне розширення ґрунту обов'язково супроводжується деформаціями зсуву. Ці незвичайні властивості ґрунту вперше експериментально виявив Рейнольдс [2,5].*

*Прикладання числового МГЕ до розв'язків практичних задач геомеханіки, процесу осідання основ та допустимих навантажень на них обґрунтовано теоретичними викладками, підкріплено та проілюстровано даними числового розрахунку.*

*Раціональне проектування пальових фундаментів являє собою вельми трудоміську задачу, розв'язок якої доцільно проводити на ЕОМ*

**Ключові слова:** пружно-пластичний прогноз, ущільнення та розущільнення ґрунтів.

### **Вступ**

Фундаментобудування має своєю метою розрахунок і конструювання споруд в ґрунтах. Основною задачею при цьому є будівництво споруд з достатнім ступенем надійності. Порівняльно невелика кількість аварій показує, що інженери будівельники справляються з поставленою задачею. В значній мірі це пояснюється використанням досвіду, накопиченого при будівництві в минулому. Та сучасність ставить нові задачі. Висотне будівництво, реконструкція, потребують знання реальних дилатансійних властивостей дисперсних ґрунтів та особливостей поведінки в них раціональних видів фундаментних конструкцій (пірамідальних паль), і попереднього досвіду недостатньо. Пірамідальна паля є важливим конструктивним елемент промислового, цивільного, гідротехнічного будівництва. Працюючи в основі під навантаженням врозпір пірамідальні палі передають на ущільнений ґрунт боковою поверхнею незначні нормальні тиски, чим і обумовлюються їв високі величини опору навантаженням при гранично допустимих осіданнях.

### **Визначення проблеми**

Характерною особливістю пірамідальних паль є те, що в процесі заглиблення їх завдяки своїй клиновидній формі вони максимально ущільнюють ґрунт по всі бокові поверхні та утворюють навколо заглибленої палі ущільнений об'єм ґрунту з високим значенням загального модуля деформації  $E$ . Розміри поперечного перетину цієї ущільненої зони в 2-2.5 рази перебільшують розміри поперечного перетину палі, а зона деформацій не виходить за межі зони ущільнення [4]. На підстилаючу зону ґрунту вони в різниці від призматичних паль передають відносно невелике питоме навантаження. Характер роботи з ґрунтом призматичної палі кардинально відрізняється від роботи пірамідальної палі. Бокова поверхня призматичної палі не передає на ґрунт нормальних тисків, а працює на тертя. Нормальні тиски передаються на ґрунт підшовою. Зона деформацій навколо стовбура утворюється в результаті тертя при осіданні палі, а під підшовою – від дії нормальних тисків.

Невеликі розміри пірамідальних паль дозволяють простими механізмами виконувати будівельні роботи по влаштуванню пальових фундаментів в самі стислі терміни. Навантаження, що сприймає пірамідальна паля, повністю передається на ущільнену основу бокової поверхні. Тобто, зона деформацій від навантаження в пірамідальній палі не виходить за границі зони ущільнення. Вони забезпечують стійкість та довговічність будівель. Тому напрацювання математичної моделі

деформування ґрунту при заглибленні в нього пірамідальних паль, виходячи з уявлень про відносне переміщення зерен в гранульованому матеріалі ґрунту є актуальною задачею. Ця модель є відправним шляхом для розв'язку широкого кола задач, що мають безпосереднє інженерне прикладання.

### Теоретичні розрахунки за методом граничних елементів

В прикладних технічних науках прогрес неможливий без переходу до математичного описання процесу. Систему рівнянь рівноваги із 15 ДР в частинних похідних К. Бреббія [1] звів до інтегрального рівняння, яке використовувалось для дослідження НДС пірамідальних паль:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (1)$$

де  $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$  – статичні рівняння рівноваги;

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$  – геометричні рівняння;

$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$  – фізичні рівняння середовища;

$u, p$  – шукані вектори переміщень та напружень на границі фундаментної конструкції; інтеграл по області  $\Omega$  ( $\Omega$  – активна зона навколо фундаментної ґрунтової основи) включає вектор пластичних деформацій  $\varepsilon_p$ ;

$\Gamma$  – границя дослідного об'єкта;

$u^*, p^*$  – ядра (1), сингулярні фундаментальні рішення, використано рішення Р. Міндліна, що відповідають одиничним вzbурюючим впливам в півпросторі [1,3].

Оскільки фундаментальне рішення задовольняє граничним умовам на вільний від напружень поверхні півпростору потрібно дискретизувати лише граничну поверхню стикання фундаментної конструкції та ґрунту.

Зведення краєвої задачі до еквівалентного інтегрального рівняння МГЕ дає можливість розмірність вихідної задачі знизити на одиницю, оскільки в інтегральне рівняння входять значення змінних лише на границі заданої області. Тому наступна дискретизація задачі проводиться тільки на границі досліджуваної області. Це обумовлює більш високу в порівнянні з МСЕ (методом скінченних елементів) точність рішень та суттєве зменшення об'єму вхідних даних при реалізації методу на ЕОМ.

Таким чином, при реалізації на ЕОМ алгоритм визначення НДС за МГЕ складається із етапів: 1. Формування вхідних даних.

2. Дискретизація границі області та апроксимація її лінійними елементами. Окремий елемент визначається координатами своєї середньої точки. Інтенсивність шуканих функцій в межах граничного елемента приймалась постійною. 3. Інтегрування фундаментальних рішень Р. Міндліна для отримання матриці впливу МГЕ.

4. Компоновка розрахункової СЛАР та пошук її рішення.

На практиці інтеграл в (1) визначались з залученням числових методів інтегрування, що є єдиним джерелом похибок МГЕ. А як відомо, числове інтегрування є більш точний процес, ніж числове диференціювання.

В роботі проведено розв'язок змішаній задачі механіки ґрунтів – моделювання за числовим МГЕ поведінки під навантаженням пірамідальних паль, занурених в пісок [4], на глибину 3 м. та 2.1 м. Дані результатів експериментальних досліджень цих паль [4] наведено на рис 1.

Рішення змішаної задачі передбачає, що в ґрунті одночасово існують пружні і пластичні зони. Люба деформація, що виникає як відповідна реакція матеріалу на прикладені навантаження і не підкоряється визначальним законам класичної теорії пружності – це непружня деформація. Незворотні зміщення, які з'являються в результаті ковзання чи дислокації на атомному рівні і ведуть до залишкових змін розмірів – це пластичні деформації. Вплив пластичності проявляється в розвитку переміщень, перерозподілі внутрішніх зусиль. Перерозподіл зусиль є наслідком зміни в співвідношеннях жорсткості ділянок середовища та появи пластичних зон. Саме тому за параметр зміцнення в роботі взято щільність ґрунту –  $\rho$ . А врахування нелінійності основ є економічним та сучасним питанням.

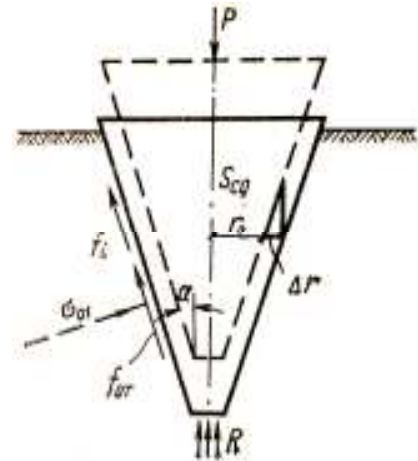
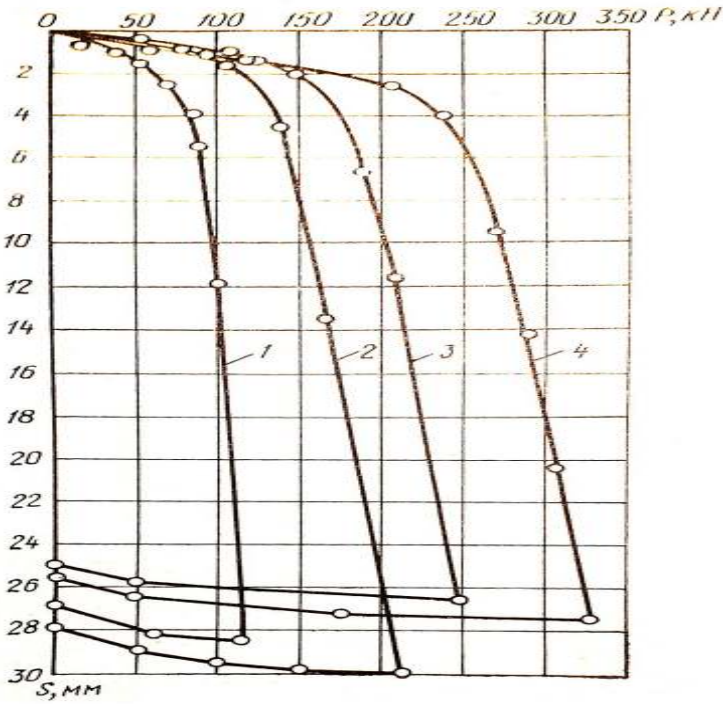


Рисунок 1– а) – Результати статичних досліджень [4] залежностей осідання від навантаження пірамідальних паль на глибині: 1 – 1.5 м.; 2 – 2.1 м.; 3 – 2.6 м., 4 – 3 м.  
б) – схема діючих напружень

Пластичні деформації мають місце лише при інтенсивності напружень вище деякого порогу, відомого як межа пружності. В запропоновані математичні моделі в якості такого порогу взято критерій Мізеса-Шлейхера-Боткіна.

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \cdot tg\psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} \leq p_0 \\ f = T + \rho_0 \cdot tg\psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} > p_0 \end{cases}, \quad (2)$$

де  $f$  – поверхня текучості, вона дає співвідношення між гідростатичним тиском (першим інваріантом тензора швидкостей напружень) та інтенсивністю напружень  $T$  (другим інваріантом девіатора напружень) на октаедричній площині (рівнонахилений до головних осей) та разом з рівняннями рівноваги забезпечує кількість рівнянь і кількість невідомих для замикання моделі.

Особливий інтерес для прикладної механіки ґрунтів отримали дилатансійні ефекти пористого середовища ґрунту. Наявність пор в ґрунтах дає можливість отримувати свободу руху. З місць тимчасової дислокації частинки ґрунту можуть переміщуватись в пори. При цьому в ґрунті зменшується поверхнева енергія.

Пружні деформації в моделі визначались згідно класичної теорії пружності, для описання пластичних деформацій використано фізичне рівняння неасоційованого закону пластичної течії:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f \quad (3)$$

та дилатансійні співвідношення В.М. Ніколаєвського, І.П. Бойка [2, 5]:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon_{шарове}^p + d\varepsilon_{девіаторне}^p, \quad d\varepsilon_{шарове}^p = \lambda(x)d\gamma^p \quad (4)$$

де  $d\gamma^p$  – скалярна характеристика формозміни, другий інваріант девіатора деформацій  $I_2(D\varepsilon)$ ;  $\lambda(x)$  – коефіцієнт дилатансії.

$$d\varepsilon_{девіаторне}^p = D_{ij}d\lambda \quad (5)$$

де  $D_{ij}$  – девіатор напруг;  $d\lambda$  – скалярний коефіцієнт простого навантаження.

Показники властивостей породи в математичних моделях грають роль числових параметрів та визначають степінь надійності і точності проведених розрахунків. При визначенні несучої

спроможності пірамідальних паль взято наступні фізико-механічні характеристики ґрунтової основи (пісок) [4]:

$$\rho = 1.62 \text{ т/м}^3, \quad \rho_{\min} = 1.6 \text{ т/м}^3, \quad \rho_{\max} = 2.12 \text{ г/см}^3, \quad e = 0.7,$$

$$E = 15 \text{ МПа}, \quad \varphi = 30^\circ, \quad c = 5 \text{ КПа}, \quad \nu = 0.3$$

Вихідним пунктом наближеного рішення красвих задач є дискретизація континуума (перехід від нескінченного числа степеней вільності до кінцевого), рис. 2. Дискретизація та квантування неперервних процесів – це складові прийняття рішень в багатьох складних системах. В роботі використана кусочно-лінійна апроксимація граничних елементів.

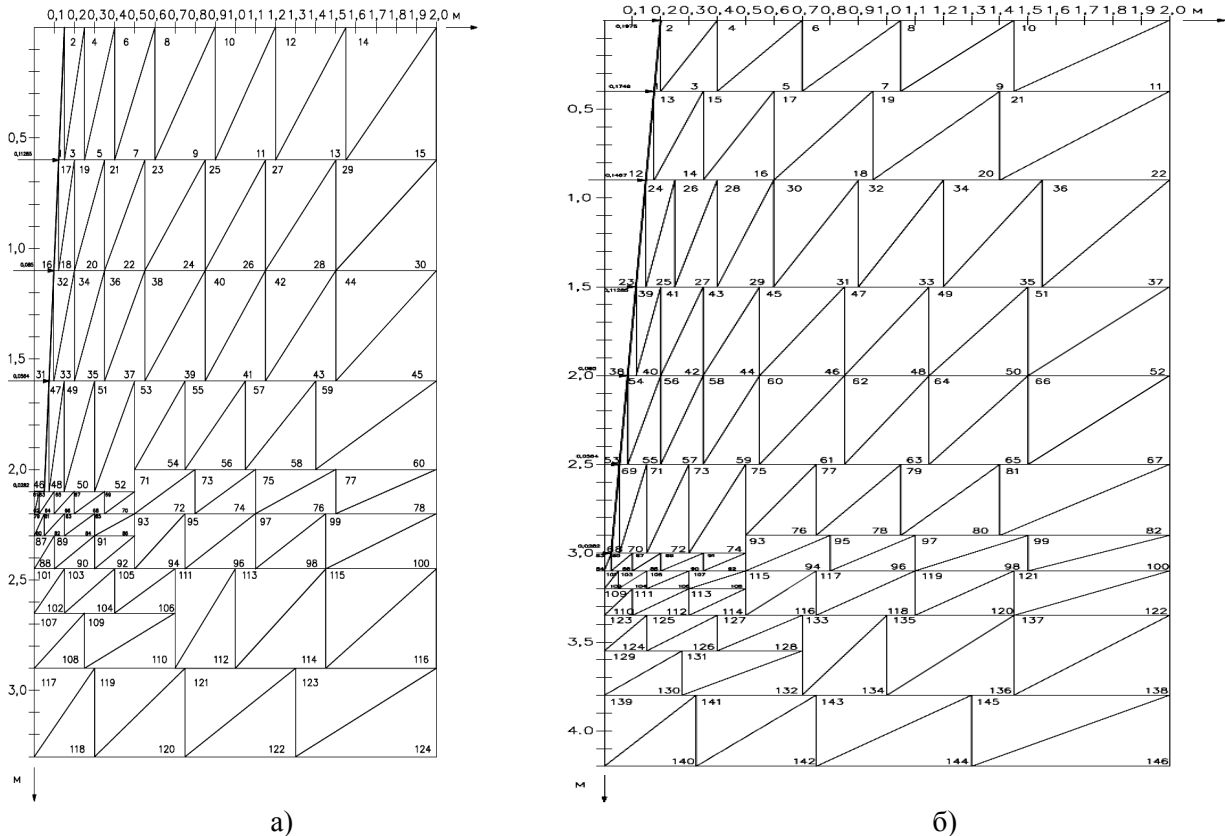


Рисунок 2 – Дискретизація активної зони навколопальової основи при заглибленні пірамідальної палі на глибину: а) – 2.1 м.; б) – на 3 м.

Дані числових досліджень на рис. 3.

Таблиця 1

Данні співставлення результатів числового моделювання за МГЕ з експериментом

	Величина осідання	Експеримент	дослідження
Заглиблення палі на 2.1 м.	8 мм. 30 мм.	150 кН 210 кН	120 кН 200 кН
Заглиблення палі на 3 м.	10 мм. 28 мм.	260 кН 325 кН	240 кН 327 кН

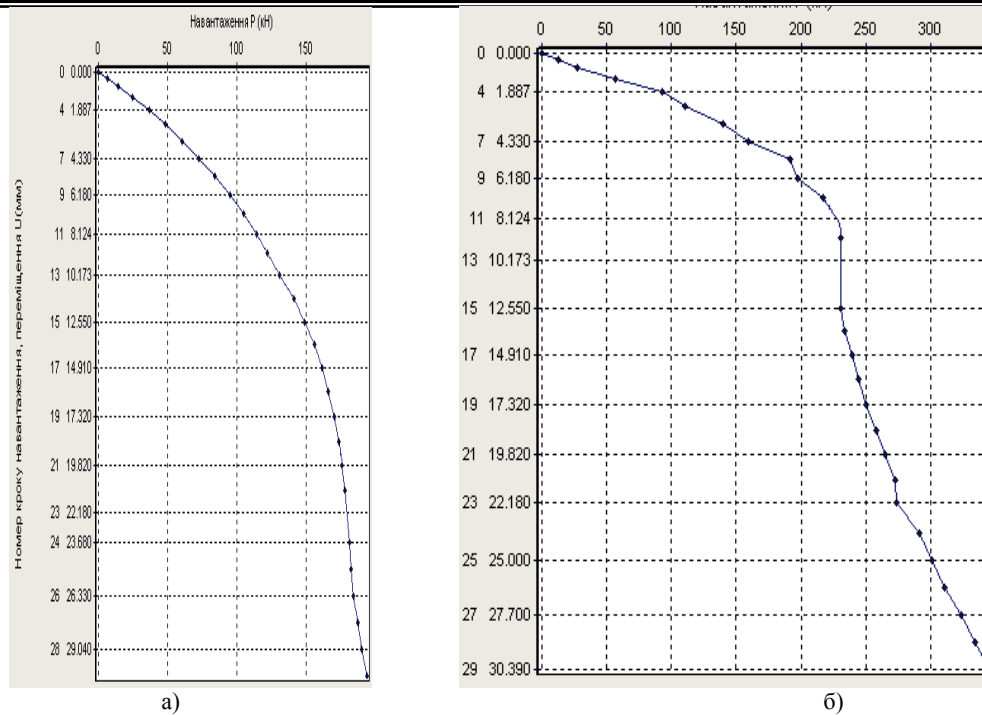


Рисунок 3 – Результати числових досліджень за МГЕ залежностей осідання S (в мм. по вертикалі) від навантаження P (в кН по горизонталі) пірамідальних паль на глибині : а) – 2.1 м.; б) – 3 м.

### Висновок

- Приведене співвідношення результатів числових досліджень з експериментальними даними, які стримані безпосередні заміром тиску в ґрунтові основі мезздозами [4], дає задовільні результати.
- Запропонована концепсія восьми параметричної математичної моделі дозволяє враховувати в більшій степені всю складність ґрунтових умов будівельного майданчика. Використання запропонованої дилатансійної моделі дає можливість ще на стадії проектування прогнозувати стан основи споруди в різних інженерно-геологічних умовах, що дозволяє підняти якість проектного розрахунку, можливість збільшити термін експлуатації будівлі шляхом регулювання її НДС. Вирішення цього питання має як наукове так і прикладне рішення.
- Головний шлях розвитку механіки ґрунтів – дослідження пружнопластичних дилатансійних моделей та їх удосконалення на основі порівняння з експериментом.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бреббиа К, Теллес Ж, Врубел Л. Методы граничных элементов. Москва: Мир, 1987.
2. Бойко И.П. Теоретические основы проектирования свайных фундаментов на упругопластическом основании./И.П. Бойко. Сб. КИСИ. «Основания и фундаменты». – 1985. - №18, С. 11-18.
3. Моргун А.С. Теория пластичной течи в механике грунтов./ А.С. Моргун – Винница, ВНТУ. – 2013 – 108с.
4. Бахолдин Б. В., Игонькин И.Т. Исследование несущей способности пирамидальных свай. М.: Стройиздат, ОФМГ № 3, 1978.С. 13-16.
5. Николаевский В. Н. Современные проблемы механики грунтов // Определяющие законы механики грунтов / В.Н. Николаевский. – М.: Стройиздат, 1975 – С. 210 – 227.

**Моргун Алла Серафимівна** – професор кафедри будівництва, міського господарства та архітектури; Вінницький національний технічний університет

**Меть Іван Миколайович** – декан ФБТЕГП; Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: vanmet@ukr.net

**Шевченко Ігор Ігорович** – аспірант кафедри будівництва, міського господарства та архітектури; Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: gumbubble51@gmail.com

**А. С. Моргун**  
**И. Н. Меть**  
**И. И. Шевченко**

# ПРУЖНО-ПЛАСТИЧЕСКИЙ ПРОГНОЗ ЗА МГЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПИРАМИДАЛЬНЫХ СВАД

Винницкий национальный технический университет

*Работа посвящена актуальному вопросу геомеханики и фундаментостроения – усовершенствованию методики решения предельной задачи нелинейного поведения под нагрузкой фундаментных конструкций пирамидальных свай с целью прогнозирования их несущей способности и напряженно-деформированного состояния. В работе разработана адекватная модель для исследования работы пирамидальных свай по современному числовому МГЭ. Исследован эффект перераспределения усилий в активной зоне пирамидальной сваи из менее уплотненных зон на зоны более уплотненные с большим значением модуля деформаций. Вопросы уплотнения и разуплотнения грунтов под нагрузкой – основная проблема, возникающая при прогнозе осадков сооружения и прогнозе допустимой нагрузки на грунт. Поэтому значительное внимание в работе уделено дилатансионной теории и методам моделирования остаточных пластических деформаций почвы с целью их практического приложения. Наличие значительных экспериментальных исследований привели к появлению моделей, совершенствующих модель пластического несжимаемого тела. Почве присущи уникальные реологические свойства. Так, при реализации одновременного сжатия и сдвига в зависимости от интенсивности каждого из них почва может уплотняться, сохранять плотность неизменной или разуплотняться. Объемное расширение почвы обязательно сопровождается деформациями оползня. Эти необычные свойства почвы впервые экспериментально обнаружил Рейнольдс [2,5].*

*Приложение числового МГЭ к решению практических задач геомеханики, процессу оседания оснований и допустимых нагрузок на них обосновано теоретическими выкладками, подкреплено и проиллюстрировано данным числового расчета. Рациональное проектирование свайных фундаментов представляет собой весьма трудоемкую задачу, решение которой целесообразно проводить на ЭВМ.*

*Ключевые слова: упругопластический прогноз, уплотнение и разуплотнение грунтов.*

**Моргун Алла Серафимовна** – д.т.н., проф., Каф. БМГА Винницкого национального технического университета; [alla@morgun.com.ua](mailto:alla@morgun.com.ua).

**Меть Иван Николаевич** – к.т.н., доц. каф. БМГА, декан ФБТЕГП Винницкого национального технического университета.

**Шевченко Игорь Игоревич** – аспирант Винницкого национального технического университета.

**A. Morgun  
I. Met  
I. Shevchenko**

## SPRING-PLASTIC FORECAST PER MH OF NON-SUCH CAPACITY OF PYRAMIDAL PALS

Vinnitsia National Technical University

*The robot is attributed to the current nutrition of geomechanics and the foundation of the foundation - the more sophisticated methodology for developing boundary problems of nonlinear behavior based on the options of the foundation structures of the paramedal fingers, because of the possibility of predicting the standard of the awkward and simple form of the environment. In robots, there is an adequate model for the continuation of robots of the longest fingers for the current numerical MGE. Doslidzheno has an effect on overclocking in the active zones of the paramedic palate from the zones of lesser damages to the zones and more damages with the higher values of the deformation module. The main problem is the main problem in predicting precipitation and forecasting the permissible pressure on the soil. To this, respect in robotics is attached to the dilatancy theory and methods of modeling excessive plastic deformations in soil with the help of practical application. The emergence of significant experimental studies led to the appearance of models, such as to create a model of a plastic, unsuspecting body. To the runts of power, unique rheological power. So, with the implementation of one-hour squeezing and zsvuv in the fallowness due to the intensity of the skin, the soil can be degraded, it can take the smallest degree of insecurity. About me the expansion of the ground is obov'yazkovo supervised by deformities of the supine.*

*For the first time experimentally evoked by Reynolds [2,5]. The application of the numerical MGE to the definition of practical problems of geomechanics, the process of establishing the basics and the permissible navantage on them, is rimmed with theoretical wedges, and is illustrated and illustrated by the data of the numerical design. Rational design of palm foundations is a great labor task, the connections are carried out on the EOM*

*Key words: spring-plastic forecast, prejudice and development of runts.*

**Morgun Alla Serafimovna** - Professor of the Department of Construction, Municipal Economy and Architecture; Vinnitsia National Technical University, c. Vinnitsia, e-mail: [alla@morgun.com.ua](mailto:alla@morgun.com.ua)

**Met Ivan Mykolayovych** - dean; Vinnitsia National Technical University, c. Vinnitsia, e-mail: [vanmet@ukr.net](mailto:vanmet@ukr.net)

**Shevchenko Igor Igorovich** - postgraduate of the Department of Construction, Municipal Economy and Architecture; Vinnitsia National Technical University, Vinnitsia, e-mail: [gumbubble51@gmail.com](mailto:gumbubble51@gmail.com)