

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ БУДІВЕЛЬНОГО ВИРОБНИЦТВА

УДК 697.922:004.942:519.2

DOI: 10.31649/2311-1429-2026-1-116-120

В. Г. Пацукевич

СТОХАСТИЧНА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ СИСТЕМ МІКРОКЛІМАТУ БУДІВЕЛЬ З УРАХУВАННЯМ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ

Вінницький національний технічний університет

Стаття присвячена аналізу методів багатокритеріальної оптимізації систем забезпечення мікроклімату будівель з урахуванням неусувної невизначеності вхідних параметрів – погодно-кліматичних умов, режимів зайнятості, фактичних теплотехнічних характеристик огорожувальних конструкцій та обладнання. Виконано короткий огляд основних підходів до формалізації задачі: скаляризація цільових функцій, методи Парето-домінування на основі еволюційних алгоритмів (NSGA-II, SPEA2), робастна оптимізація за критерієм *min-max* та Тагучі, нечітко-множинні моделі. Показано, що детерміновані проєктні рішення, отримані для номінальних значень параметрів, часто втрачають оптимальність у реальних умовах експлуатації через нелінійний та часто асиметричний вплив збурень на цільові функції та обмеження. Основна увага приділена стохастичній постановці задачі з імовірнісними обмеженнями (*chance constraints*), яка дозволяє явно контролювати рівень надійності виконання нормативних вимог до параметрів мікроклімату. Наведено математичний апарат: заміну детермінованих обмежень їх імовірнісними аналогами, числова реалізація за методом Монте-Карло з латинсько-гіперкубовим плануванням, критерій середнє-дисперсія Тагучі, а також оцінка квантилів цільової функції. На прикладі центральної системи припливно-витяжної вентиляції адміністративної будівлі площею 2000 м² у кліматичних умовах Вінниччини проведено розрахунок за методом Монте-Карло (N = 5000 реалізацій). Порівняно два рішення: детерміноване, оптимальне за номінальних значень параметрів, та стохастичне, отримане з урахуванням імовірнісного обмеження на концентрацію діоксиду вуглецю у робочій зоні. Показано, що стохастичне рішення при зростанні математичного сподівання цільової функції лише на 7 % забезпечує двократне зниження ймовірності порушення нормативу якості повітря. Побудовано залежність оптимального значення керованих змінних та мінімального математичного сподівання цільової функції від заданого рівня надійності, що дозволяє проєктувальнику робити обґрунтований компроміс між енергоефективністю та надійністю виконання нормативних вимог. Результати можуть бути використані на етапах проєктування та оптимізації систем кондиціонування повітря громадських будівель.

Ключові слова: мікроклімат будівель, стохастична оптимізація, метод Монте-Карло, імовірнісні обмеження, *chance constraints*, система вентиляції, невизначеність, енергоефективність.

Стаття надійшла до редакції / Received 13.03.2026
Прийнята до друку / Accepted 23.04.2026
Опубліковано / Published 29.05.2026



This is an Open Access article distributed under the terms of the [Creative Commons CC-BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

© Пацукевич В.Г.

Вступ

Забезпечення нормованих параметрів мікроклімату громадських будівель за умови мінімізації споживання енергії є одним з центральних завдань сучасної інженерії систем опалення, вентиляції та кондиціонування повітря. Проєктувальник одночасно оперує низкою конкуруючих критеріїв – енергетичним, показниками теплового комфорту, якості повітря, приведеними витратами життєвого циклу, надійністю обладнання. Ці критерії, як правило, не можуть бути оптимізовані одночасно: зменшення енергоспоживання супроводжується погіршенням показників комфорту або збільшенням капітальних витрат [1-7].

Принципове ускладнення задачі виникає внаслідок неусувної невизначеності вхідних параметрів. Погодно-кліматичні умови, режими зайнятості приміщень, внутрішні тепло- та вологовиділення, фактичні теплотехнічні характеристики огорожувальних конструкцій, реальні характеристики обладнання – усі вони підлягають значним відхиленням від розрахункових значень. Ігнорування такої невизначеності призводить до рішень, що є оптимальними лише у вузькому околі розрахункової точки та втрачають свою якість у реальних умовах експлуатації, коли параметри відхиляються від номіналів на 10–30 % і більше.

Серед методів урахування невизначеності у задачах оптимізації мікроклімату найкраще обґрунтованою – за умови наявності достатньої статистичної інформації – є стохастична постановка з імовірнісними обмеженнями (chance constraints), яка дозволяє явно задати допустимий рівень порушення нормативних вимог. Проте у вітчизняній практиці такий апарат поки що використовується фрагментарно, а переважаючий підхід полягає у застосуванні детермінованих коефіцієнтів запасу, що часто призводить до надлишкового резервування системи.

Метою статті є огляд основних методів багатокритеріальної оптимізації систем мікроклімату з акцентом на стохастичному підході та демонстрація його застосування на прикладі типової адміністративної будівлі.

Огляд методів багатокритеріальної оптимізації

Задачу багатокритеріальної оптимізації систем мікроклімату формально записують у вигляді:

$$F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))^T \rightarrow \min, x \in X \subseteq \mathbb{R}^n \quad (1)$$

де x – вектор керованих змінних, X – допустима область, що задається нерівностями $g(x) \leq 0$ та рівностями $h(x) = 0$. Підходи до розв’язання (1) поділяють на чотири основні групи.

Методи скаляризації зводять вектор цільових функцій до однієї скалярної за рахунок ваг (метод Заде), ϵ -обмежень або методу ідеальної точки [1-8]. Вони прості у реалізації, але чутливі до вибору ваг і принципово не виявляють неопуклі ділянки Парето-фронту. Методи Парето-домінування формують множину недомінованих рішень напряму; найпоширенішими є еволюційні алгоритми NSGA-II, SPEA2 та MOEA/D, які добре працюють з нелінійними цільовими функціями типу «чорної скриньки» [1-7]. Сурогатне моделювання (Kriging, PCE, радіально-базисні мережі) дозволяє у сотні разів прискорити оптимізацію за рахунок заміни дорогих повномасштабних моделей (CFD, EnergyPlus) на швидкі регресійні апроксимації. Методи врахування невизначеності (на яких зосереджена основна увага цієї статті) включають стохастичне програмування, робастну оптимізацію та нечітко-множинні моделі.

У загальній класифікації невизначеностей зазвичай розрізняють алеаторну (стохастичну) невизначеність, пов’язану з природною мінливістю процесів, та епістемічну, зумовлену нестачею знань. Перша формалізується ймовірнісними розподілами, побудованими за статистичними даними; друга ефективніше описується нечіткими множинами або інтервалами. Для адміністративних будівель, для яких існують тривалі ряди метеоспостережень та статистика зайнятості, прийнятною і обґрунтованою є саме стохастична постановка задачі.

Стохастична постановка задачі. У стохастичній постановці вхідні параметри задачі ξ вважаються випадковими величинами з відомим спільним розподілом $p(\xi)$, визначеному у просторі елементарних подій Ξ . Тоді цільова функція $f(x, \xi)$ та обмеження $g(x, \xi)$ також стають випадковими. Детерміноване формулювання (1) перетворюється на задачу:

$$F(x) = E_{\xi} [f(x, \xi)] \rightarrow \min \quad (2)$$

а детерміновані обмеження $g(x) \leq 0$ заміщуються їх імовірнісними аналогами (chance constraints):

$$P \{ g_i(x, \xi) \leq 0 \} \geq 1 - \alpha_i, \quad i = 1, \dots, p, \quad (3)$$

де α_i — допустимий рівень порушення i -го обмеження, що обирається проєктувальником виходячи з наслідків порушення нормативу (зазвичай $\alpha = 0,05$ для комфортних параметрів і $\alpha = 0,01$ для критично важливих санітарно-гігієнічних показників).

У загальному випадку математичне сподівання у (2) неможливо обчислити аналітично. Числова оцінка виконується методом Монте-Карло: генерується вибірка ξ^k , $k = 1, \dots, N$, згідно розподілу $p(\xi)$, та будується емпірична оцінка:

$$F(x) = (1/N) \cdot \sum_{k=1}^N f(x, \xi^k) \quad (4)$$

Імовірнісні обмеження (3) перевіряються шляхом обчислення частки реалізацій, що порушують нормативний рівень. Для підвищення якості оцінки при обмеженому числі реалізацій застосовують планування експерименту методом латинського гіперкуба (LHS), стратифікації та квазі-Монте-Карло.

Стохастична оптимізація природньо підтримує врахування ризику. Критерій Тагучі (середне-дисперсія):

$$(x) = \mu(x) + \lambda \cdot \sigma(x), \quad \lambda \geq 0, \quad (5)$$

та оптимізація за квантилем рівня β :

$$Q_{\beta}(x) = \inf \{ t : P(f(x, \xi) \leq t) \geq \beta \}, \quad (6)$$

дають можливість контролювати не лише очікуване значення, а й «важкі хвости» розподілу цільової функції. У сучасних реалізаціях задачі (2)–(4) розв’язують поєднанням методу Монте-Карло з NSGA-II або штрафними функціями за порушення chance constraints.

Приклад практичного використання. Розглянемо систему центральної припливно-витяжної вентиляції адміністративної будівлі площею 2000 м², розташованої у м. Вінниця. Висота приміщень 3,2 м, розрахункова наповненість 150 осіб, робочий режим 10 год/добу, 250 діб/рік. Керовані змінні задачі:

- η — коефіцієнт рекуперації тепла, $\eta \in [0,55; 0,85]$;
- t_{sp} — уставка температури припливного повітря, $t_{sp} \in [19; 23]$ °С;
- n — кратність повітрообміну у робочому режимі, $n \in [2,5; 5,5]$ год⁻¹.

Невизначеними входними параметрами вважаються: середньодобова зовнішня температура $T_{ext} \sim N(8,5; 2,8^2)$ °С (опалювальний період); питомі внутрішні тепловиділення $q_{int} \sim N(20; 4^2)$ Вт/м²; фактичний коефіцієнт теплопередачі огорожувальних конструкцій $U_{eff} \sim N(U_{прj}; (0,10 \cdot U_{прj})^2)$, де $U_{прj}$ – проектне значення. Параметри розподілів оцінено за архівом метеоспостережень та даними моніторингу наявних будівель.

Цільова функція – питоме річне енергоспоживання системи $F(x, \xi)$, кВт·год/(м²·рік), що включає теплову потужність калориферу, електричну потужність вентиляторів і коригування на внутрішні тепловиділення. Імовірнісне обмеження — концентрація CO₂ у робочій зоні не повинна перевищувати 1000 ppm з надійністю $1 - \alpha = 0,95$. Для порівняння розв’язано дві задачі. Детерміноване формулювання мінімізує F на номінальних значеннях невизначених параметрів без урахування їх мінливості. Стохастичне формулювання мінімізує математичне сподівання $E[F(x, \xi)]$ за умови виконання імовірнісного обмеження $P\{CO_2(x, \xi) \leq 1000\} \geq 0,95$. Обидві задачі розв’язано методом Монте-Карло з $N = 5000$ реалізацій та LHS-плануванням; пошук керованих змінних – шляхом комбінації сіткового перебору та локального уточнення методом Нелдера-Міда. Отримані оптимальні рішення та показники якості наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Порівняння детермінованого та стохастичного рішень

Показник	Детерміноване (номінальні ξ)	Стохастичне ($E[F]$ + chance constr.)
η (коэф. рекуперації)	0,72	0,80
t_{sp} , °С	20,5	21,2
n , год ⁻¹	2,8	4,0
$E[F]$, кВт·год/(м ² ·рік)	132,6	141,9
$\sigma(F)$, кВт·год/(м ² ·рік)	11,7	10,2
F на 95 % квантилі	152,1	158,9
$P\{CO_2 > 1000 \text{ ppm}\}$, %	52,6	4,3

Розподіли цільової функції F для обох рішень, отримані за 5000 реалізаціями методу Монте-Карло, представлено на рис. 1.

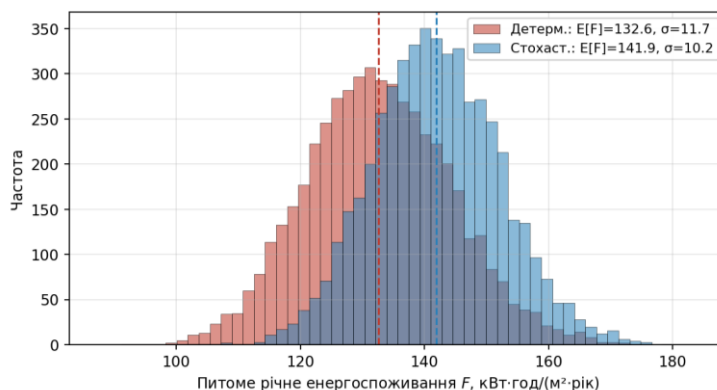


Рисунок 1 – Розподіли цільової функції F для детермінованого та стохастичного рішень

Аналіз табл. 1 та рис. 1 показує, що стохастичне рішення зміщене у бік більшої кратності повітрообміну (4,0 проти 2,8 год⁻¹) та вищої температури припливу. Це призводить до помірного (на 7,0 %) зростання математичного сподівання енергоспоживання, однак імовірність порушення нормативу якості повітря знижується більше ніж у 12 разів – з 52,6 % до 4,3 %, що відповідає заданому рівню надійності $1 - \alpha = 0,95$. Водночас середньоквадратичне відхилення цільової функції для стохастичного рішення менше (10,2 проти 11,7 кВт·год/(м²·рік)), що свідчить про кращу робастність рішення до збурень вхідних параметрів.

Для оцінки «ціни надійності» проведено серію розрахунків з різним рівнем $\alpha \in [0,01; 0,30]$. Отримана залежність оптимального математичного сподівання $E[F]$ та відповідної оптимальної кратності повітрообміну n^* від заданого рівня надійності $1 - \alpha$ показана на рис. 2.

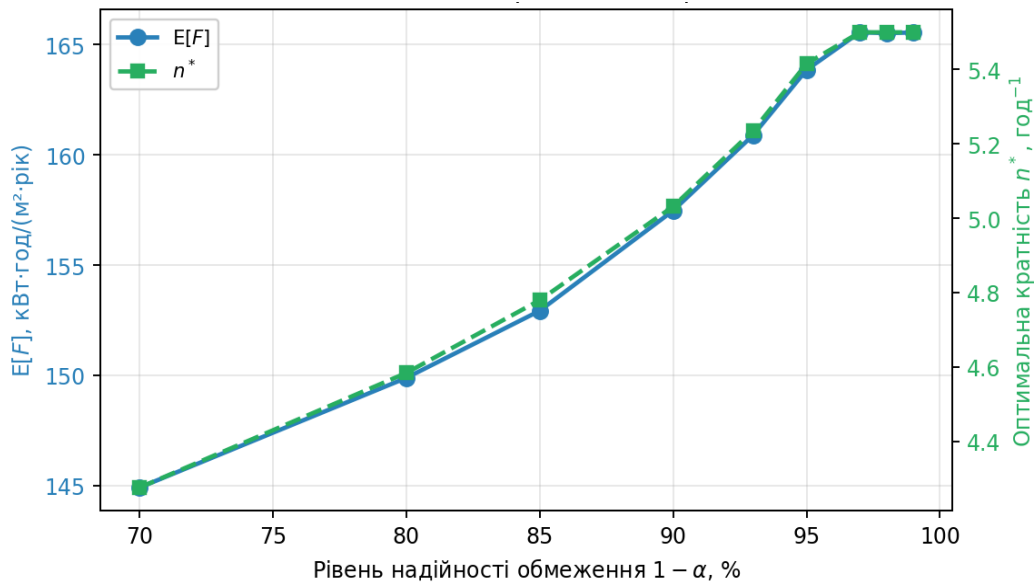


Рисунок 2 – Залежність оптимального $E[F]$ та кратності n^* від заданого рівня надійності

Залежність має чітко виражений нелінійний характер: у діапазоні $1 - \alpha \in [70; 90] \%$ енергоспоживання зростає відносно повільно (від 145 до 157 кВт·год/(м²·рік)), тоді як у діапазоні $[95; 99] \%$ кожен додатковий відсоток надійності вимагає значного приросту енергоспоживання та повітрообміну. Така форма кривої типова для систем з chance constraints і дозволяє проєктувальнику обирати раціональний компроміс.

З практичного погляду для адміністративних будівель оптимальним є вибір рівня надійності 0,95, що забезпечує прийнятну якість повітря за помірних додаткових витрат енергії. Для об'єктів з жорсткішими санітарно-гігієнічними вимогами (операційні, лабораторії, чисті приміщення) обґрунтованим є вибір рівня 0,99, попри суттєво вищі експлуатаційні витрати.

Висновки

1. Стохастична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації з імовірнісними обмеженнями (chance constraints) забезпечує методологічно обґрунтований підхід до проєктування систем мікроклімату в умовах значної невизначеності вхідних параметрів, зокрема для адміністративних та громадських будівель, для яких існують надійні статистичні дані про кліматичні умови та режими експлуатації.

2. На прикладі адміністративної будівлі площею 2000 м² з використанням методу Монте-Карло ($N = 5000$ реалізацій з LHS-плануванням) продемонстровано, що перехід від детермінованого до стохастичного формулювання при зростанні математичного сподівання енергоспоживання на 7 % забезпечує зниження ймовірності порушення нормативу якості повітря з 52,6 % до 4,3 %, тобто більше ніж у 12 разів, і водночас зменшує дисперсію цільової функції.

3. Побудована залежність «надійність – енергоспоживання» має виражений нелінійний характер з різким зростанням витрат енергії у діапазоні високої надійності ($1 - \alpha > 0,95$), що дозволяє проєктувальнику робити обґрунтований компроміс залежно від призначення будівлі та вартості порушення нормативних умов.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Khajehzadeh, M., Suraparb Keawsawasvong, Sae-Long, W., Jamsawang, P. A fuzzy multi-objective enhanced arithmetic optimization algorithm for stochastic design of reinforced concrete cantilever retaining wall using unscented transformation. *Results in Engineering*. 2025. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.107772
- [2] Anuradha, K. B. J., Iria, J., Mediawathe, C. P. A multi-objective stochastic optimization framework for government-run community energy storage systems auctions. *Journal of Energy Storage*. 2025. DOI: 10.1016/j.est.2025.117614
- [3] Dang, Q., Bai, W., Li, X., Huang, Z., Yang, S. A novel stochastic fractal search operator based on particle swarm optimization for constrained multi-objective optimization. *Expert Systems with Applications*. 2026. DOI: 10.1016/j.eswa.2026.131670
- [4] Khajehzadeh, M., Keawsawasvong, S., Sae-Long, W., Jamsawang, P. An improved multi-objective Runge-Kutta Sinh Cosh optimizer for stochastic design of reinforced concrete cantilever retaining wall considering uncertainty. *Results in Engineering*. 2026. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.108829
- [5] Liang, M., Xu, M., Wang, S. Joint design of transit and bike-sharing systems by multi-objective optimization considering stochastic user equilibrium. *Omega*. 2026. DOI: 10.1016/j.omega.2025.103484
- [6] Zhang, T., Zhong, W., Tan, S., Shen, F., Liu, Y., Peng, X. Large-scale stochastic production decision-making for coupled economy-environment-energy systems in sustainable industrial processes under uncertainty: A data-driven two-stage multi-objective optimization framework. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2026. DOI: 10.1016/j.engappai.2025.112976
- [7] Chen, S., Qian, J., Wu, J., Lun, I., Gu, W., Lv, Y., Ge, J. Multi-objective optimization design method for thermal performance of office building envelopes based on stochastic operation. *Journal of Building Engineering*. 2026. DOI: 10.1016/j.jobbe.2025.115047
- [8] Pirouz, B., Guerriero, F. Multi-objective stochastic optimization problem: a systematic literature review. *Applied Energy*. 2026. DOI: 10.1016/j.apenergy.2025.127237
- [9] Parhoudeh, S., Eguía López, P., Kavousi Fard, A. Multi-objective stochastic-adaptive robust optimization for energy management of grid-connected energy hubs including hydrogen and thermal storages, DGs and EVs, considering energy and reserve regulation market model. *Journal of Energy Storage*. 2025. DOI: 10.1016/j.est.2025.118422

Пацукевич Владислав Геннадійович — аспірант кафедри БМГА, Вінницький національний технічний університет. <https://orcid.org/0009-0005-6109-0382>

V. Patsukevych

STOCHASTIC MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION OF BUILDING MICROCLIMATE SYSTEMS UNDER INPUT PARAMETER UNCERTAINTY

Vinnytsia National Technical University

The paper is devoted to the analysis of multi-objective optimization methods for building microclimate systems under irreducible uncertainty of input parameters — weather and climatic conditions, occupancy patterns, actual thermal characteristics of envelopes and equipment. A brief overview of main formalization approaches is given: scalarization of objective functions, Pareto-dominance methods based on evolutionary algorithms (NSGA-II, SPEA2), robust optimization using min-max and Taguchi criteria, and fuzzy-set models. It is shown that deterministic design solutions obtained for nominal parameter values often lose their optimality in real operating conditions due to the nonlinear and asymmetric influence of disturbances on objective functions and constraints. The main focus is on the stochastic formulation with chance constraints, which allows explicit control of the reliability level of normative microclimate requirements. The mathematical framework is presented: replacement of deterministic constraints by their probabilistic analogues, numerical implementation using the Monte Carlo method with Latin hypercube sampling, the Taguchi mean-variance criterion, and quantile-based objectives. A case study is performed for the central supply-exhaust ventilation system of an administrative building with a floor area of 2000 m² in the climatic conditions of the Vinnytsia region. Monte Carlo simulation with N = 5000 realizations is used to compare two solutions: the deterministic one, optimal for nominal parameter values, and the stochastic one, obtained under a chance constraint on indoor carbon dioxide concentration. It is demonstrated that the stochastic solution, at the cost of only a 7 % increase in the expected objective function value, provides more than a twelvefold reduction in the probability of normative air quality violation. The dependence of optimal control variables and minimum expected objective function on the specified reliability level is constructed, enabling the designer to make an informed trade-off between energy efficiency and reliable fulfillment of normative requirements. The results can be used at the design and optimization stages of HVAC systems for public buildings.

Keywords: building microclimate, stochastic optimization, Monte Carlo method, chance constraints, ventilation system, uncertainty, energy efficiency.

Patsukevych Vladyslav — PhD student of the Department of BMGA, Vinnytsia National Technical University. <https://orcid.org/0009-0005-6109-0382>